

# 複雑系の「基本問題」

北海道大学理学部数学教室

辻下 徹

tujisita@math.sci.hokudai.ac.jp

---

## 目次

- 創発性問題

記述系の相互還元不能性

- 複雑系の数学的定式化問題

数学的定式化の例・数学的定式化の諸問題

- 内部観測問題

記述と語り / 実在と存在・内部観測問題・数学的語り方の多様性

- 数学と複雑系科学との相性

## 創発性問題

### 例

- 脳機構から心はどのように創発するか？
- 胚から成体の形態・行動様式がどのように創発するか？

### 創発性問題の問題点

説明の基底となるものは数学的にある程度定式化されるが説明されるべき「高次存在」は数学的に定式化できない。

(むしろ、創発性による説明が数学的定式化と考えられることがある)

「何が創発しているか？」が問いとして成立



多重記述系の存在

## 記述系の相互還元不能性

- 複雑系の言説には複数の記述系が混交している。
  - 人間：解剖生理学・神経心理学・行動学・言語学...
  - 生物：組織学・有機化学・生態学・情報理論...
- 記述系達は相互に還元不能である。
  - 記述系ごとに、特有の複雑性概念がある。
    - \* 要素的記述系：要素の量の多さ
    - \* 振舞い記述：規則の複雑さ
  - 創発性は記述系の相互還元不能性。
- 数学的定式化が可能な記述系は少ない。  
例：人間については体・脳の解剖学・生理学的記述。
- 記述系の数理的定式化  $\stackrel{?}{=}$  数学的記述系への還元



他の記述系についても数学的定式化はないのか？

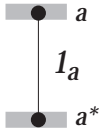
## 数学的定式化の例

- 分散システム理論  
大域的記述ができない事柄の数学的記述法の研究
- マトロイド：部分の相互規定の諸相の記述  
(多対多の論理の一例)。
- コヒーレンス (hypercategory)  
カオスにおける時空間欠性・カオス遍歴において成立しているものは何か？
- 圏の高次元化：高階プロセスの新しい概念。

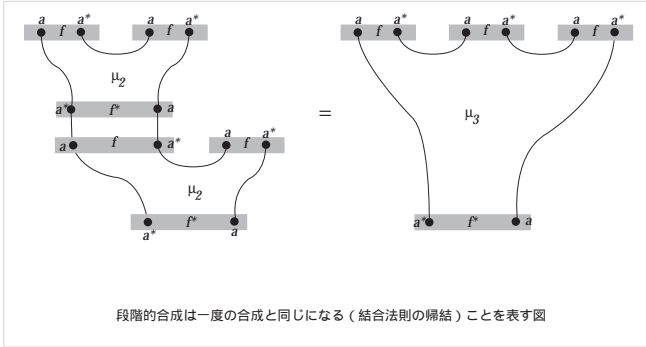
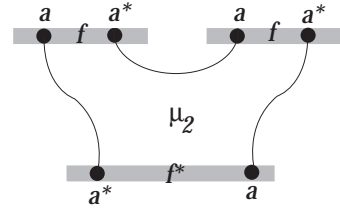
## 圏の高次元化

- 通常の高階プロセス：コード化されたプロセスを処理するプロセス．
- 高次元圏：素プロセス達を相互作用状況に保つプロセス．
- 基本的描像 (opetopic set)
  - － 0次元セル：データの型
  - － 1次元セル：データの素処理機構
  - － 2次元セル：複数の1次元セルを適切に配置し，協同させて一つの1次元セルとして機能させる機構．
  - － 3次元セル：複数の2次元セルを適切に配置し，協同させて一つの2次元セルとして機能させる機構．
  - － …

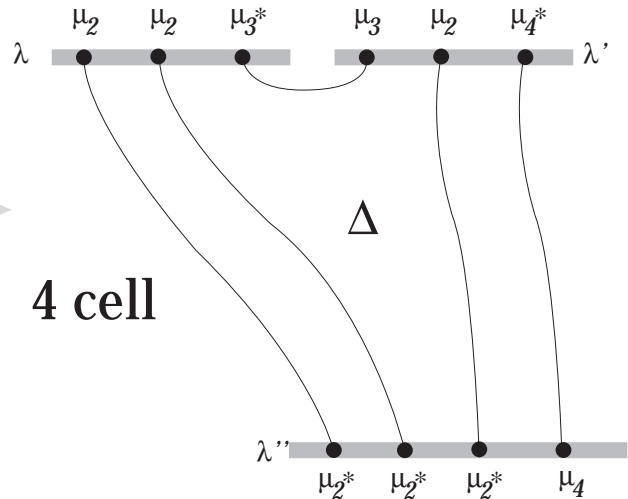
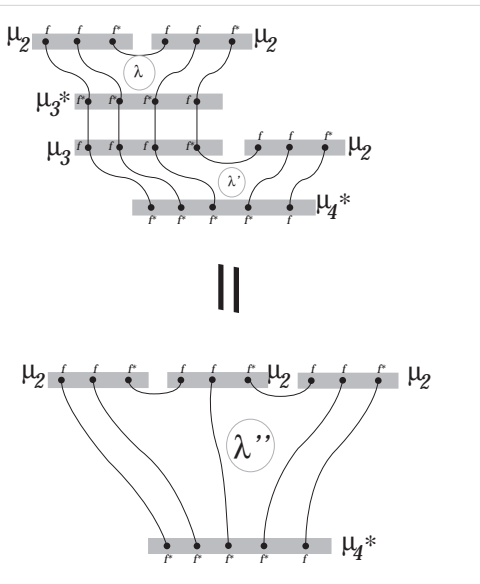
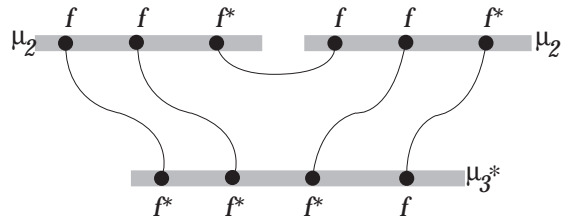
# 1 cell



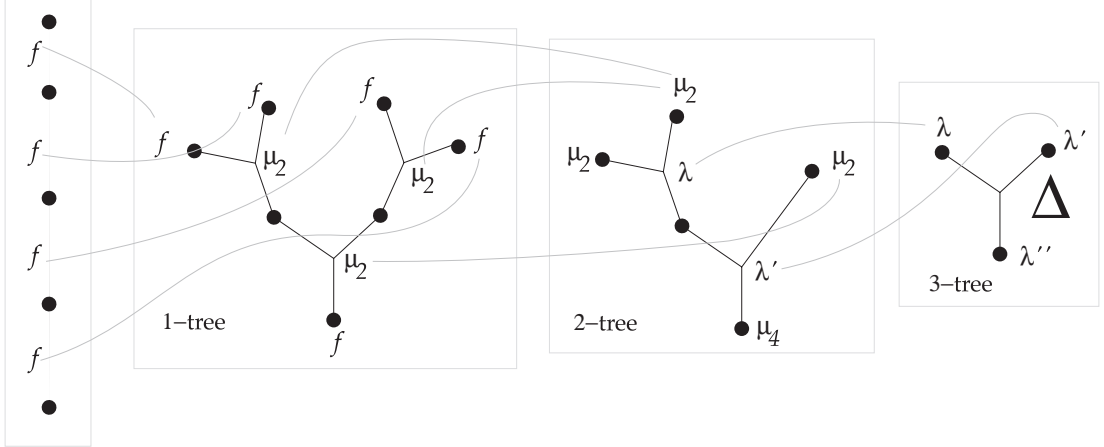
# 2 cell



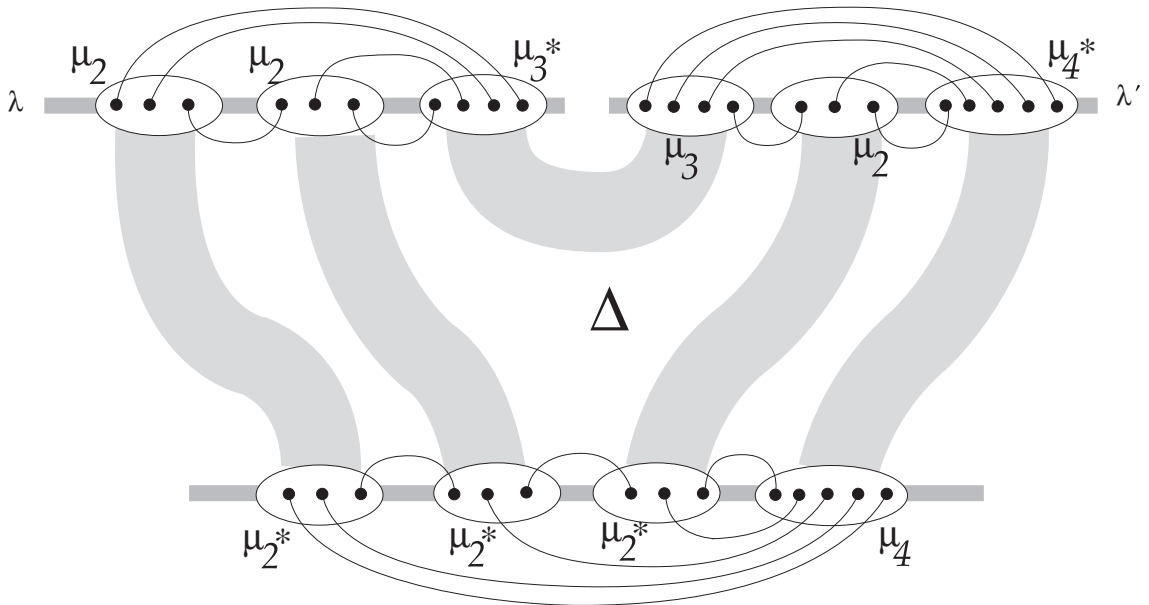
# 3 cell



4-cell  $\Delta$  composing the 3-cells  $\lambda$  and  $\lambda'$  to  $\lambda''$



Metatree Diagram by Baez-Dolan



## 数学的定式化の諸問題

- 形式化は原理的に不完全である
  - 複雑系は形式化し尽くせない。
    - \* 一つの形式的枠組ですべてを説明しようとしてもできない
    - \* そうすると創発性の疑似問題が生じる
  - 形式化は徹底すると矛盾が起こる
    - \* ラッセルのパラドクス：コトをモノにするコト自身はモノにできない。
    - \* ルイスの無限後退：推論規則を使う規則まで形式化することはできない。
  - 形式化を徹底しないと，任意性が潜入する。
- 形式の利用法も含めて形式化はできない。  
形式の利用法には任意性がある。
- 数学では，すべての存在がタイプでもある。  
すべてがいくらかでも複製できる。



## 記述と語り / 実在と存在

何のための記述系か？



記述系から言語ゲームへ

言語を使用することと記述することとの違いが明確に意識されるような理論構成が必要となる。

私は、実在と存在との区別を、次のように与える。すなわち、語りえない何物か（私の決定または社会の決定を規則として閉じさせることができないことから現前する存在）を、語りえないことを発見した規範において再構成する営為が、実在論と呼ばれるものなのである。

郡司ペギオ幸夫

「生命と時間、そして原生 - 計算と存在論的観測」

## 内部観測問題

- 一形式化だけを基に研究できない
- 研究者が研究する相を消去できない
- 解消不能な自己言及性がある  
これを解消しようとしてはいけない
  - 形式化することは形式化できない
  - 「生命が生命を研究する」、「思考について思考する」
- 研究者を捨象した客観性・普遍性の要求が  
的外れとなる

では何を求めればよいか？



例：

- 研究者の意図が明記される形式化の模索
- 新しい「数学的語り方」の模索

## 数学的語り方の多様性

- 圏論
  - 対象は使用法も込めて規定される
  - 下位概念の組合わせで上位概念を作らない。  
対象は一応外延を持つ。  
しかし、外延 + 構造として再構成できるわけではない。
- 超準数学：境界のない区別。
- 直観主義集合論：  
場合わけによる議論ができない
- 線型集合論  
複製を無条件には許さない論理。
- (Henkin: logic with finite variables)
- (paraconsistent logic : 矛盾を許す推論形式)
- ……

数学的語り方に限界はない

## 超準数学

- 「境界なしの有界性」は位相をもった全体を前提とする。
  - 「実際に指示可能な数」の最大はない。  
しかし、指示不能な数はある。
- 内包性公理の制限により  
「境界のない区別」を数学的に使える。
- 例：内的集合論（超準数学の一形式）。  
非標準的性質は必ずしも内包を持たない。

## 数学と複雑系科学との相性

### 相性が悪い点

- 複雑系は「形式化されえないもの」という規定すらある。
- 数学的研究は対象の形式化が前提となる。
- 数学的研究は形式の由来を無視するところに成立する。
- 一つの形式の使い方は様々である。

### 相性が良い点

- 数学の研究対象はモノではなくコトである。
- 数学的概念の多くは研究者の意図が受肉したものである。

## ヴィトゲンシュタイン「考究」18節

第2節の言語と第8節の言語が命令だけから成り立っていることに、当惑しないようにしよう。

このことのためにこれらの言語が完全でない、と言いたいのであれば、われわれの言語が完全であるか否か、 - - 化学記号の体系や微積分の記号が併合される前に、われわれの言語が完全であったか否か、を問え。

なぜなら、これらの記号体系は、いわば、われわれの言語の郊外になっているからである。

(どのくらいの家々、どのくらいの街々があると、都市が都市になりはじめるのか。)

われわれの言語は、これを一つの古都とみなすことができる。路地や広場、古い家や新しい家、さまざまな時代に建てまされた家々から成る一つの錯綜物であって、これが、まっすぐできちんとした街路と同じ形の家々から成る、一群の新開地によってとりかこまれているのである。

## 結び

- 創発性・複雑性などの問題の別の切り口：  
多様な数学的定式化の模索
- 「数学的定式化」概念自身の拡大も必要
- 特に内部観測問題に関連しては必須
- 新しい数学的語り方を醸成する余地はある
  - もともと，数学的語り方は「雑色的」( ヴィトゲンシュタイン ) .
  - 根拠：圏論・超準解析・直観主義集合論という実例 .
- 「見渡せない」という無限概念 (スピノザ・カントール)  
( 研究の無限性，社会の無限性，生命の無限性 ... )