数学と複雑システム学との多様な関係[1]

辻下　徹[2]

北海道大学大学院理学研究科
tujisita@math.sci.hokudai.ac.jp

要約　　プラスクワスの懐疑論は、真偽性から有効性への視座の変更を余儀ないものとする。有効性の吟味には具体的言明可能状況の設定が必要となる。広義チューリングテスト可能な事物 (契機系) は学問に適した言明可能状況を与え、その構成は複雑システムの理論的研究の主要な方法となる。数学的理論もチューリングテスト可能であれば契機系として使えるので、複雑システム学において数学は独自の役割を持つ。

1　個人的経緯

2　複雑システムの不定性

3　プラスクワスの懐疑論

4　言明可能状況

5　生命の不定性

6　契機系

7　契機系構成の研究例

8　数学的契機系構成の試み

序　複雑システム[3]の科学が「世界の複雑化に伴い従来の理解や制御が的外れになってきた窮状を打開する」ものとして最近一時的に注目されている。しかし、こういった派手な意図とは無関係に、従来の生物学に縛られず生命についての認識を深めようとする人達も少なからずいる。科学の基礎研究は、工学・医学・農学に応用可能な知見を提供するという重要な働きを持つが、日常的なものの見方・考え方を適切なものへ少しずつ変更させていく所に本来の使命があるという立場 [10] に立った複雑システム学はゆっくりではあるが、着実に進歩している。

[1] 最新版を"http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/tjst/98X-gakkai.html" に置く.

[2] 〒 060-0810 札幌市北区北１０条西８丁目北海道大学理学部数学教室
ホームページ:"http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/tjst/index.html".

[3] 生物に限らず、生命的な様相を持つ現実的対象を、具体的に限定せずに議論するときに複雑システムという言葉を使う。ここではそうしないが、大規模な広義力学系 (確率過程・分散システム等) としてとらえるという意図を込めることもある。

講演者は約１０年ほど複雑システムと取組んできているが、数学者として当惑を持続的に感じてきた。しかし、その当惑にこだわることにより複雑システム学における数学の独自の役割が見えてくるとともに、数学自身の意外な姿も見えてきたように思うので、それについてお話したい。

謝辞　平成６年から始まった複雑系札幌シンポジウムを通して数学分野外の複雑システム研究の多様性と深さと真剣さを知ることができた。会を始められた岡部靖憲氏、会を主に支えておられる津田一郎氏、および、参加者の方々に感謝したい。平成９年度より科研基盤研究 B として「形式的方法による複雑系の基礎数理[4]」という研究課題の下で複雑システム研究者と種々の分野の数学者との共同研究が始められた。講演内容に到った考察は、研究分担者間のこれまでの熱気の籠った論争が発端となっている。分担者となって頂いた方々、および、この研究課題を数学の分野で採択して頂いた審査の方々に感謝したい。講演内容は直接的には郡司ペギオ−幸夫氏の生命理論 [2] と角田秀一郎氏の人理学 [17] に多くを負うている。また、講演準備の段階で大野克嗣・木下佳樹・角田秀一郎・山口明宏諸氏より重要なコメントを頂き、内容を大幅に改善することができた。深く感謝したい。

1　個人的経緯

講演者のこれまでの取り組みを簡単に振り返ることから始めたい。

８０年代後半頃より講演者は「創発[5]の謎」に惹かれて複雑システムに関心を持つようになった。当初は「心は脳の機能である」という作業仮説の下に、大規模な力学系による「高次機能」の実現可能性に取り組んだ。種々のアトラクタが創発のよいモデルと思われ、複数の物体の同時認識を支える力学系的機構として、結合格子モデルが示す時空間欠的秩序が使えるのではないかと思うようになった。しかし、脳の機能を数理的に表現するのに要求される「環境構造の数理化」を考え始めて間もなく、高次機能が問題にする環境構造は、脳を記述する力学系という数学的枠組みでは記述できないものであることに気付き、脳の機能は数学的に記述できない以上それを数学的に解明することなどできないと思うようになった[6]。ここで講演者にとって壁となったのが、記述系の多重性と環境の無限定性だったということができる。

これ以降、複雑システムの多重な記述系の相互還元不能性という視座で考えるようになり、複雑システムの数学的記述法を模索し始め、様々な数学が関係することを知った。例えば、複雑システムでは使えない因果概念に代って重要な役割を果たすコ

[4] “http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/kaken/index.html” 参照.

[5] 多種多様な要素が局所的な相互作用を通して要素にはない性質を全体として持つようになるというように考えるときに、その性質が創発したという言い方をする。「脳から心が創発する」というように使う。

[6] これが正しいということを主張しているのではなく、個人的に先が見通せなくなったというにすぎない。

ヒーレンス[7]の数学的記述法として束・マトロイドが有効なことを知り [4, 15]、知識概念の記述に非有基的集合が使えることがわかり [12]、また、部分系の相互作用のタイミングに不定性がある系については、計算機科学の分散システム理論が重要であり、これは数学な見地からも奥が深くこれからの分野であることを知った [13, 14].

しかし、「複雑システムを記述する」のが問題なのではなく記述は「複雑システムについて語る」ための道具でしかないことを、角田の北大数学科での集中講義[8]を通して少しずつ認識するようになり、「複雑システムに適した数学的な語り方」の模索を始めた。その中で、真偽値の不定性を残す直観主義論理の潜在的有効性や、複雑系には不適切な外延的(集合論的)議論に替わる圏論の有効性を感じるようになった。また、高次元圏論は数学的対象の同定を徹底的に排除する数学的枠組みとして重要であることに気付いた[9]。

以上のように、複雑システムの周辺を巡るような試みを続けていた(そして今も続けている)が、一昨年秋に郡司の連載 [2] を通し不定性の全く新しい意味を知り複雑システム観(と生命観)が激変するのを感じた。翌年、北大数学科でその勉強会[10]を開き、参加者との討論を通して激変の内容は少しずつ明確になってきたが、角田が最近導入した双対論理 [18] はそれを考える適切な視座を与えた。講演者は双対論理自身をまだ十分には理解していないが、 その視座から見えるようになってきた「激変」の内容が本日のテーマである。

2　複雑システムの不定性

複雑システムについては色々な不定性がある。

因果的不定性(非決定性)が不可避なことは、生物学では最初から意識されている。

因果性は広い意味を持つ言葉だが、ここでは、過去の事象が未来の事象を決定するという意味で考える。これは数学の立場では、事象空間のなんらかの数学的変換によって過去と未来の関係が記述できる、ということと同じである。従って、因果性という概念は時間不変な記述系の固定が前提として必要であり、さらに、その記述系による対象の挙動系列の記録が手許にあることが前提となる概念である。

因果性が成立するかという問題設定は適切ではない、因果概念を使うかどうかは研究者側の意志の問題であるからだ。因果概念を採用したときは、ある特定の因果法則を仮説として選んだとき、反例があるか否かはどうでもよく、反例が例外と呼べるかどうかが肝心な点となる。そのために統計的概念装置が援用される。この立場から

[7] 定義はないが、高次元の相空間を持つ力学系の軌道が(一時的に)次元の低い部分を動く状態を指す。
[8] 「心の幾何学」1996 年 6 月.
[9] "http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/workshop/algi98/ncat-index.html" 参照.
[10] "http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/mot/mot.html" 参照.

現代生物学は生物集団に関する現象を主な研究テーマとしている。

しかし、物理科学の成功の下に素朴に考えるとき、次のような考えが自然に生じる。「生物も、単一の記述系で完璧に記述でき、しかもその記述法の下では、厳密な因果法則に従う時系列として生物を捕捉できるに違いない」という考え（生物機械論）である。この考えの是非を議論することは意味がない。実際、その有効性は実証済みであろう。

この考えに従ってしばらく考えを進めてみよう。このとき 2 つの不定性が浮上する。

一つは無限定性である。生物の考察では、それを取り巻く環境（ニッチ）を考慮に入れなければ意味がない場合が多い。しかし、その生物に関わりのある環境の範囲を確定することはできない。この問題は完璧な生物の理論的記述法が可能であるとする 生物機械論においても発生する。この環境無限定性は次に述べる複雑性よりもさらに厄介な不定性と思われる。

もう一つは、認識論的不定性（観測と認識に関連する不定性）である。理論的には完全な記述があるとしても、実際にどういう状態にあるかを完全に観測する手段はあり得ないし、またおおまかな観測をするにしても観測結果の膨大さは人間の処理能力をはるかに超えている。この問題は錯綜性ないし複雑性と呼ばれ、複雑系科学の主要な困難とされている。

この認識論的不定性を解消するために「我々の能力に合った適切なレベル」の記述が不可欠となる。生物についていえば、挙動の観察などの離散的なものや、生理学的データの記録などの少数の観測量による記述、あるいは解剖学的な図、等々である。一方には、こういった人間的記述法があり、他方には仮想的な完璧な理論的記述法があり、同一の対象を記述している、ということになる。当然この 2 記述法の「翻訳」が問題となる。この問題は創発の問題と呼ばれ、複雑システム研究の主要なテーマの一つと普通考えられている。人間的記述法は人間の能力に応じて便宜的に採用されたものでしかなく、それは物理的な完璧な記述を粗視化したものと思われる、従ってそれは物理的な記述で表現されなければならないはずだ、それは何か、という問題が浮び上がるのである。

しかし、ここで問題にしなければならないのが「人間的記述系」である。これは客観的なものであるとされている。種々の観測装置を用いて数値として得られるものは確かに誰が見ても確定したデータであるが、この場合でも、どういう観測装置を選びどのように使うかという所では研究者の試行錯誤が本質的に効いている。データ自身は客観的だがデータの由来はそうではないのである。人間の観察に依存した挙動の記録になると、熟練した観察能力を前提にしても、研究者や研究グループへの依存度は大きい。このように、人間的記述系には様々なレベルで研究者の（無意識のものも含め）選択が関与している。このように考えると、創発問題の実質は、研究者の選択

に依存した明確には規定されていない記述法を、物理学的記述法に還元せよという問題となってしまい、研究者の選択ごとに発生する、焦点が絞りにくい問題となってしまうのである。

人間的記述系にはさらにもう一つの厄介な不定性、言語使用の不定性がある。これは観測者が対象の挙動を言語的に記述する場合には明瞭にあらわれる。

言葉の意味の不定性は、意味はある程度はっきりしているが、その境界が明確ではないというように普通捉えられる。しかし、それとは全く異なる不定性が存在することが次節のプラスクワスの懐疑論からわかる。この懐疑論の吟味を通して、言葉の不定性が複雑システム研究に対して持つ驚くような積極的意義が浮かび上がってくるのである。

3　プラスクワスの懐疑論

ソール・クリプキ [7] はウィトゲンシュタイン [21] の言語使用に関する洞察を明確にするために次のような議論を導入した。

> これまで 51 未満の数しか足し算をしたことがない人が 51 プラス 27 を計算して 78 であるという答えを出したとき、その人は、その答えを正当化することはできない。なぜならば、次のように主張する懐疑論者に反論できないからである。「答えは 5 である、なぜならば、あなたは、これまで次のクワス演算 $\oplus$
>
> $$n \oplus m = \begin{cases} n+m & n,m < 51 \\ 5 & otherwise \end{cases}$$
>
> を行っていたに違いないからである。」

これを最初に聞いたときに講演者が思った (そして誰でも思うであろう) ことは、通常の足し算を有限個の計算例で特徴付けられないことは自明ではないか、普通は足し算を数学的に確定する何らかのアルゴリズム (たとえば小学校で習う十進法を用いて縦書きで行う足し算の仕方) を呈示し、それに従って 51 プラス 27 は 78 となったのだ、と反論するはずではないか、というものであった。

しかし、そのようなアルゴリズムに対しても、クワス風な適用法を持ち出して 51 プラス 27 は 5 のはずだ、ということは容易である。過去の計算と整合的な説明として、計算法・計算法の使用法・使用法の使用法の使用法などの明示的規則をどのように持ち出してみても、使用法を明示していない使用法が必ずあるので、それに対して懐疑論者はクワス風の使用法に基づいて答えが 5 であることを主張するのである。

もちろん、同じ論法で 51 プラス 27 は 5 も正当化できはしない。結局、今までにやったことのない足し算をした結果を、なんらかの明示的な規則に従ったという言い方では正当化できないことがわかる。

同様の議論により、具体的状況では特定の言葉をどのように使うかを明確に知っていても、具体的状況に依存しない「意味」のようなもので、その言葉を説明することはできない。懐疑論者はこれまでの使い方をクワス風の意味で説明できてしまうからである。

この懐疑論の意義がわかりにくいのは、数学理論は「使う」こととは無関係に自立しているとしか思えないことによる。今の場合でいえば、足し算は明確に定義された数学的写像:$\mathbf{N}\times\mathbf{N}\ni(x,y)\mapsto x+y\in\mathbf{N}$ であり、具体的な数の足し算は、この数学的関数を具体的な数に適用するだけのことである、それは適当なアルゴリズムを使って計算するだけの機械的なことである、というようにしか考えられない。この考えから見ると、プラスクワスの懐疑論は、単に数学的写像を応用するという数学とは無縁なつまらない機械的な部分を問題にしていて、例えば人間はあてにならないとか、頭でわかっていても実行するのは難しいなどといった、実生活の有り様を問題にしていて、数学とはなんの関係もない議論だと感じてしまう。

しかし、プラスクワスの懐疑論の意図は、使用・実践[11]と切り離して数学的対象や理論などというものに意味があるわけではないということを、数学的対象の一つと思われている足し算を例に挙げて明確にしよう、というものである。

たとえば、プラスクワスの議論が問題にしている点は、数理論理学で研究対象とされる形式系内部の論理式や証明のことではなく、形式系を研究するときに用いる普通の数学的議論の方である。例として帰納法について言えば、帰納法の色々な定式化が問題ではなく、定式化された「帰納法」を数学的に論じるときに使う the 帰納法が問題になるのである。

以上の点を念頭においていただければ、以下の議論はかなりわかりやすくなると思う。

4　言明可能状況

プラスクワスの懐疑論は言語使用の逆理をもたらす。

講演者は、足し算を確実にできると感じるし、具体的な数を足したときにそれが

[11] これには、数学の現実への応用だけでなく、数学者が計算したり図を書いたり数学的議論をしたり講演したり論文を書いたりする等々、数学に関わる活動すべてを含める。

正しいかどうかを検算などで明瞭に判断できると思うし、その判断には気付かない見落としはあるかもしれないが、それは他の人に確かめてもらうことで確認できる、ということを知っている。しかし、前節の懐疑論より、これを「足し算という数学的関数を計算するだけなのだから当然だ」とは説明できなくなった。それでは、どう理解すればいいのか。これが言語使用の逆理である。

この逆理を考える糸口は、他の人との(特定できはしないが)つながりを考えないときは「足し算の結果が正しい」という言明は有効ではない[12]という点である。その理由は以下の通りだ。自分ひとりで計算結果を正当化するには、今まで自分がやってきた足し算(あるいは自分が学んだ計算技術)を明示的な規則として表現し、それに従ったことを確認する、というような外的手続きが必要である。しかし、プラスクワスの懐疑論によりそのような手続きはありえない。従って、「計算結果は正しい」と述べることは「計算結果は正しいと思う」と述べることと同じことになってしまい、その独自の効果は何もないことになる。

言明の有効性の吟味は、言明可能状況をいろいろ設定し、そこで言明がどういう効果を持つかという考察によって行われる。それに対し、言明の真偽性の吟味は、言明が真となる普遍的な真理条件を考察することになる。

言明

この計算結果は正しい。　(1)

の具体的言明可能状況の例としては、我々の現実の状況がある。ある程度訓練すると誰でも足し算ができるようになり、また、病的な場合を除いてどの人が足し算しても答えが一致するという経験が空気のようにある、という状況である(これを状況 R と呼ぼう)。この一致が余りに完璧に近いので、「数学的足し算があってそれを計算している」という解釈が生じるのであるが、これはプラスクワスによって無効となっている。

別の言明可能状況として、足し算を学習した後で、約半数はプラスとして計算するようになり、残りの半数はクワスとして計算するようになる、という仮想的なものを考えると、(1) の主張の使い途は変わる。その真偽問題は無意味となるが、(1) は彼がプラス風人間であることを示すという点で、この状況でも有効なものであることには変りはない。

これより、言明 (1) の言明可能状況の中で、その真理条件を問題にできるものは特殊なものということがわかる。しかも、その特殊な言明可能状況の中においても「言明 (1) が真である」という主張を抽象的に論じることは出来ず、その具体的な状況設定の中の具体的事象と結びついてしか吟味できないのである。

例えば、現実に近い状況 R で考えてみよう。多くの人が計算して確認できたと言っ

[12]「無意味である」と表現してもよいが、「意味」という言葉に意味があるかどうかが問題となっているので、混乱を避けるために「有効でない」を用いた。

ても (1) が正しいことが検証されたということはできない、皆が同じタイプの「誤り」を犯すことは多いから。しかし、何度やっても (1) ではないという人がいれば、少なくとも (1) は問題視されるであろう、等々。

クワスプラスの懐疑論は、言明の吟味は (数学的な言明ですら) 具体的言明可能状況の設定なしには遂行できない、という立場に導く。そして、ある言明の真理条件を論じられる特殊な言明可能状況においてすら、「真理条件」の意味は変容しており、最早、真偽を抽象的には論じられないことがわかる。言明を、それを発した人・状況と無関係に論じられないからである。

この態度変更—真理条件ではなく言明可能状況しか考察できないという立場への態度変更—は、プラスクワスの懐疑論 (と言語使用の逆理) の「懐疑的解決」と呼ばれている。「懐疑的」という形容詞がつくのは、真理条件を問題にしなければ「計算結果の真偽」を論ずるプラスクワスの懐疑は無意味となるからである。プラスクワスの懐疑論は、自分が克服されるという様態の下で有効であり続ける、ということができる。

しかし、プラスクワスの懐疑論自身の有効性も、言明可能状況を切り離しては考えることはできない。これまでの議論は、言語使用の議論を通して生命を理解しようとする議論展開、という言明可能状況の中で行われていたものである。他の言明可能状況は無数にあり、それごとにプラスクワスの懐疑論は独自の有効性を持つ。例えば、内部観測論 [3] では、生物内部の要素同志が相互観測をしているという言明可能状況で、プラスクワスの懐疑論を使うのである。

なお、言語使用の逆理に関連してこの他にも考え方はいろいろあるが、次の 2 つが自然に思い付くものである。一つは規約主義と呼ばれるもので、言語の使用は共同体での約束として説明できるとする。もう一つは自然主義と呼ばれるもので、人間という種族が生物学的に持つ種々の特性 (能力) や、ある文化によって歴史的に形成された慣習によって言語使用が説明できる、というものである。しかしこれらは言語の有効性の真理条件を与えている点で、逆理を正面から解決しようとしたことになる。一方、言明可能状況による「懐疑的解決」は、そういう解決法自身の真偽ではなく言明可能状況を吟味するのである。

5　生命の不定性

以上の考察に基づき、もう一度生命に関わる不定性を考えてみよう。

まず、§1 で、記述不定性と呼んだものは、実はプラスクワスの議論が明らかにした概念の不定性と切り離しては考えられないことに注意しておこう。例えば、創発問題に関して言えば、物理的な記述に還元すべきとされる種々の形態・挙動・機能のなど

の用語を使って対象を記述するところにプラスクワスの懐疑論が生じるからである。

ここで、生命概念の不定性をもう少し分析してみよう。話しを明確にするために、例えば、大規模な力学系 (例えば、$10^{1000} \times 10^{1000}$ の格子点を持つコンウェイのライフゲーム) について何らかの方法で実験が可能とし、その挙動パターンの中に生命的現象をみよう、という状況を考えよう。

このときに「パターンが生命を持つ」の言明可能状況を吟味してみよう。それが単に気分に従って適当にされた言明ではなく有効なものであるには少なくとも主観的には

- 新しい具体的パターンについて「これは生命を持つ」という言明は、それ以前の言明と同じ基準に基づいているとしか思えない。

ということが必要であり、また客観的には

- 具体的パターンについての「これは生命を持つ」という言明が過去にある、
- 自分以外の人も何らかの形でそのパターンと自分の言明とに関与している

ということが必要である。すべてのパターンに適用可能な普遍的判定基準として自分の判定法を表現することは有効ではない。その基準を目前のパターンにどう適用すべきは明示できず、また各人の判断に委ねられるからである。しかし、この状況では、具体的なパターンごとに「生命がある」かどうかを判断し言明することは無効ではない、といっても、どう有効かということは一般的には言いようがないのだ。

何かが「生命を持つ」を数学的に特徴付けられるかどうかを問うのは、因果性が成り立つかどうかと問うのと同様に、的外れであり、そういう概念装置を採用するかどうかという研究者側の態度の問題に過ぎない。それを採用すれば、具体例において数学的特徴付けと我々の判断との食い違いがあるとしても、「何かが生命を持つかどうかの判断について我々自身の間でも意見の食い違いがあるのだから、数学的特徴付けが例外を除いてほとんどの場合我々の判断と一致すれば成功したと考えよう」ということになる。

もちろん、数学的特徴付けによる生命の有無の言明可能状況はいくらでもある。しかし、複雑システム研究の中心的主題である進化や創発については例外的なものごとがしばしば鍵となるで、上の立場は有効に機能しないことが想像される。

以上より、プラスクワスの懐疑論を受け入れた場合、言明可能状況を設定せずに「生命の有無」を抽象的に数学的に議論することはできなくなり、具体的対象ごとに新たに真剣に判断する他ないことがわかる。そして、新たな具体的対象が生命を持つかいなかを判断するとき、「これまでの判断と同様に」とはいかない不定性に直面す

るのである。これがプラスクワスの懐疑論によって照らし出された生命概念の不定性である、と同時に生命そのものの不定性と呼ぶものに他ならないのである。

6　契機系

「生命がある」の言明可能状況として、具体的なものごとに対して「生命がある」かどうかを、研究者自身がそれと実際に相互作用する、というものが考えられる。この相互作用を広義のチューリングテストと呼ぼう[13]。

ここで「具体的な」をもう少し明確にしておく必要がある。これは研究者が(生物としての自分の身体も込めて)現実的にそれと相互作用できる、ということを意味する。例えば、見える形・使える構造など。具体例としては、計算機実験による結果の視覚的呈示や、相互作用できる工学的対象がある。しかし、数学的理論もチューリングテストに掛かる「具体的なもの」であると言うことは数学者には抵抗はないであろう。いずれにせよ、それを通して複数の人が、それぞれのチューリングテストの結果を基盤として詳細な考察・議論が継続すればよいのである。

「生命がある」に限らず、一般にどのような言明についても、その言明可能状況として、複数の人がその言明を体験できるというものを考えることができる。これもチューリングテストと呼ぶことにし[14]、チューリングテスト可能なものごとや状況のことを、言明(や概念)に対する契機系と呼ぶことにしよう。すると、契機系の構成は、研究主題に関係なく、有効な研究法となる。これを構成的研究法と呼ぶことにしよう。

郡司による例だが、「激しい交差点のまん中に立て」は「危険」に対する契機系となっている。ここで命令形であることが本質的である。この契機系にチューリングテストを行うことは、この命令に従って実際にそういう交差点に立つことであり、そこで危険な目に会うことがテスト結果なのである。これは極端な契機系であるが、チューリングテストが身体的なものを込めたものであることを明瞭に示すもので有効な例である。

契機系自身に関する契機系としては、「自分がよく知っている人の抽象画風の肖像画を見つめよ」があり得る。この場合は、実際にそういう肖像画を探し、わけのわからない絵を見つめた末に知人の今まで知らなかった面に気付くという体験をしたら、契機系について何かが分かるのである。

[13]チューリングテスト [20] は(少し内容を変えているが)対象が知能を持つか否かを、その内部機構で判断したり、あるいは何らかの機能を持つかどうか一般的な判定条件に基づき判断したりするのではなく、人間が実際にそれと「つき合って」みて人間と同じようにつき合えるかどうかを考えて判断するというものだ。抽象的機械の知能の有無は問題としないという点が、チューリングの意図にはなかったと思われるが、重要である。

[14]これは郡司 [2] が存在論的観測と呼ぶものに相当する。

契機系は、チューリングテスト可能であること以外にはなんの制約もない。要はチューリングテストが可能かどうかという点だけであり、何がチューリングテスト可能かどうかは予想できない[15]。

なお §1 で述べた無限定性の問題は真理条件から言明可能状況の視座に移った段階で無効となっていると考えられる。むしろ環境の無限定性自身は環境の重要な特性であり、それに対する契機系を構成することが問題となる。環境全体・世界というものに対して、チューリングテスト可能な言明可能状況、すなわち契機系、はないと思われる。

7　契機系構成の研究例

契機系構成として見ることができる研究例をいくつか挙げよう。

計算機実験　広義力学系に対する種々の計算機実験が行われている。実際の生物の複雑さとくらべれば規模は極端に小さいが、契機系として使えるものが多く構成されている [5, 6]。

実例を含む理論博物学　大野 [10] は博物学の理論的整備において、計算論の中のオラクルに相当するものとして実例を用いることを提案している。実例を契機系として機能させて分類の中で数理化できない部分を補完するという構想と考えることができるように思われる。

2 中心モデル　三宅美博 [9] は工学的なアプローチが生命研究に適しているとの立場をとり、チューリングテスト可能性を意図した理論形式を提唱し、それに基づいて新しいコンセプトの義足[16]を契機系として実際に作成している。

翻訳システム　柴田勝征 [11] による英日翻訳システムは 1 万を超える文法規則を持ち中 3 までの英語の教科書は完璧な日本語の文として訳す。このシステムが対処できない英文に対する文法規則群の変更は微妙な作業で柴田自身の言語的直観に基づいていてなされる。この翻訳システムとその調整の全体は、言語に関連する契機系としてみなすことができる。これは契機系としては新しい種類のものと思われる。

[15] 多様な契機系の例が郡司 [2] にある
[16] 実際にも重要な発明である。

プロトバイオロジー　松野孝一郎 [8] は、過去の記録には従来の物理的法則はそのまま成立するが、今後に関しては根源的不定性を持つ物理的世界像を提唱している。「過去の宇宙」は論理的概念として理論的に解明できるが、「今の宇宙」には新しい契機系の構成が必要であるという立場と考えられる。

8　数学的契機系構成の試み

最後に、言語と経験の関係についての契機系を数学的に構成することを試みてみよう。使うのはチュー空間[17]についての初等的な事柄である。

チュー空間は、二集合 X、S とその間の関係 R の３つ組 (X,S,R) である。$\langle x,s\rangle \in R$ であるとき、

$$x \models s$$

と書く。$x \in X$,$Y \subseteq X$ に対し

$$x^* := \left\{ s \in S \;\middle|\; x \models s \right\} \quad Y^* := \bigcap_{y\in Y} y^*,$$

$s \in S, T \subseteq S$ に対し、

$$s^* := \left\{ x \in X \;\middle|\; x \models s \right\} \quad T^* := \bigcap_{t\in T} t^*$$

とおく。これらは写像

$$\mathcal{P}S \ni T \mapsto T^* \in \mathcal{P}X$$

$$\mathcal{P}X \ni Y \mapsto Y^* \in \mathcal{P}S$$

を定める、だたし $\mathcal{P}X$ は X のべき集合。この合成は、$\mathcal{P}X, \mathcal{P}S$ 上の閉包作用素[18]

$Y \mapsto Y^{**}$, $T \mapsto T^{**}$ を与える。固定点の全体をそれぞれ

$$\mathcal{X} := \left\{ Y \subseteq X \;\middle|\; Y^{**} = Y \right\}$$

$$\mathcal{S} := \left\{ T \subseteq S \;\middle|\; T^{**} = T \right\}$$

とおくとき、$T^{***} = T^*, Y^{***} = Y^*$ より、$Y \mapsto Y^*$ は全単射

$$\mathcal{X} \simeq \mathcal{S}$$

[17] “http://boole.stanford.edu/chuguide.html” 参照。

[18] 順序集合 $(P,\preceq)$ の上の変換 C が閉包作用素であるとは、次の条件を満たすことをいう：$p \preceq q$ ならば $Cp \preceq Cq$(単調性), $p \preceq Cp \quad \forall p \in P$ (増大性), $C^2 = C$(べき等性)。$Cp = p$ のとき p は閉じているという。

を与え、しかも、これは反順序同型となる。

以上の話しは、ガロアの理論の中の general nonsense の部分を抽出したものでこの反順序同型はガロア接続と呼ばれている [1]。

例えば、

	a	b	c	d	e
1	x	x	x		
2		x	x	x	x
3	x	x		x	
4			x		x

($X = \{ 1,2,3,4 \}$, $S = \{ a,b,c,d,e \}$) で与えられるチュー空間 の定める閉集合の束は図 1 のようになる。

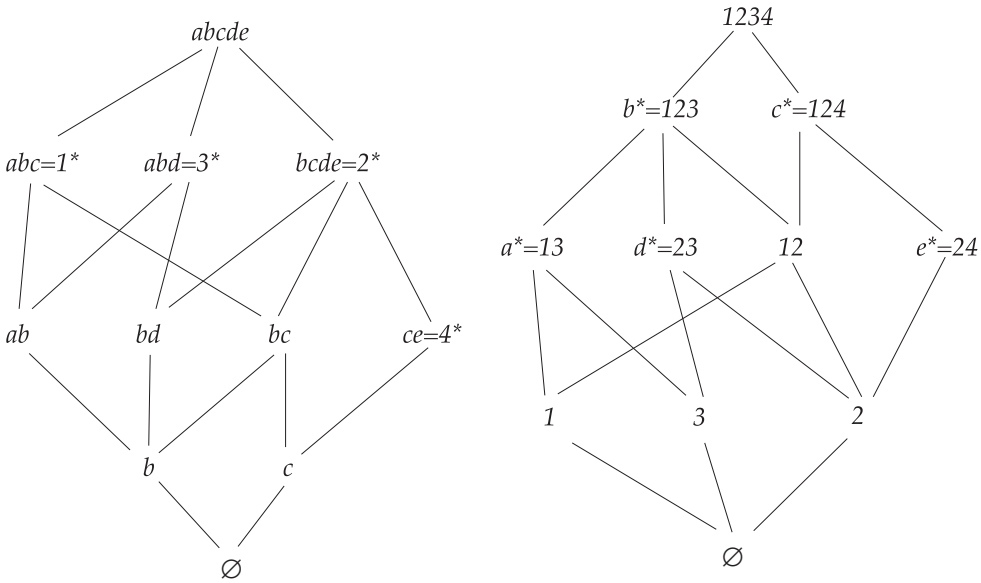

図 1: 閉集合のなす反同型な束の対：abc は集合 $\{ a,b,c \}$ を表す。左と右の束は水平な軸について鏡対称となっていることに注意。

さて、X は今までの経験全体で、S は今まで使った言葉の集まりとする。$x \models s$ は、経験 x のときに言葉 s が適合すると判断した、ということと解釈する。今まで出てきた数学的概念に次のような意味を与えてみる。

$y \in Y^{**}$ のとき経験群 Y が経験 y を連想させるという。これは、y は Y 中の経験が持つ性質をすべて持つことから自然な表現と言える。Y^{**} を Y の連想集合と呼ぶ。

また $s \in T^{**}$ のとき属性群 T から s が経験的に帰結されるという。これも、T 中のすべての言葉が適合した経験は s にも適合するということなので、自然であろう。T^{**} を T の帰結集合と呼ぶ。

閉じた経験集合を「安定した想起」と呼び、閉じた属性集合を「安定した概念」と呼ぶ。「安定している」と呼ぶのは、安定した想起と安定した概念とがガロア接続により互いに相手を一意に決めている、すなわち、外延的規定と内包的規定の 2 つの異なる規定を持つからである。

安定した想起全体が世界のその人による分節化を与え、安定した概念全体がその人の概念の組織化を表わし、この両者はガロア接続により反順序同型となる。

この契機系において、経験と言葉の関係についての種々の言明の有効性を論じることができる。たとえば、経験と言葉のどちらが世界観の確定に重要か、という問いは無意味となる。チュー空間とガロア接続を使って経験と言葉の関係の色々な様相を有効に論じることが可能であると思われる [16].

結語　プラスクワスの懐疑論は、真理条件に基づく (と思われている) 数学とは無縁のように見える。しかし、通常の証明は数学的言明に対する契機系と見ることができ、証明の検証はチューリングテストを行うことであり、それを通して言明の内容が見えるようになる、という見方は数学者には抵抗はないであろう。

数学自身は生命への一つの契機系となっている。生命は、数と同様、イデアであり、我々は具体的対象ごとに生命の影を見るが、その影像は新しいか否かという問いを無にするような原初性を持ち続けるのである。

複雑システム研究は、現実の生物を離れて生命を研究しようという、一見すると無謀な試みに見えるが、生命というイデアを我々は知っているのにそれを完全に思い出すことはできないのだというプラトニズムの立場に立てば、生命について知り尽くすことは決してなく、いつも予想外の発見があることは数学と同じである。そしてプラスクワスの議論が明らかにしたように数学と生命のイデアが生息している「イデア界」は生き物である我々研究者の個々の具体的研究活動そのものなのである。

この講演を通して一人でも数学的契機系構成に関心を持つようになれば、講演者の目的は十分達せられたことになる。コメント・批判・感想などがあれば是非お聞かせ頂きたい。

参考文献

[1] Birkoff, G. Lattice Theory. AMS 1967. ISBN 0-8218-1025-1.

[2] 郡司ペギオ- 幸夫「 生命と時間、そして原生-計算と存在論的観測 」「 現代思想 」(青土社) 連載 (1994-6).
(目次と抜粋："http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/mot/gunji.html")

[3] 郡司ペギオ- 幸夫「 適応能と内部観測–含意という時間 」,「 複雑系の科学と現代思想- 内部観測 」p98–231, 青土社 1997. ISBN 4-7917-9144-4.

[4] Higuchi A, Matsuo K and Tsujishita, T. Deductive hyperdigraphs, A method of describing diversity of coherence. (Draft)
("http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/tjst/979-coh.ps.gz")

[5] 金子邦彦・津田一郎「 複雑系のカオス的シナリオ 」朝倉書店 1996. ISBN 4-254-10514-2.

[6] 金子邦彦・池上高志「 複雑系の進化論的シナリオ 」朝倉書店 1998. ISBN 4-254-10515-0.

[7] ソール A. クリプキ (黒崎宏訳)「 ウィトゲンシュタインのパラドックス 」産業図書,1983. ISBN 4-7828-0017-7.

[8] Matuno K., Protobiology, Physical basis of biology, CRC 1989 (訳書：松野孝一郎「 プロトバイオロジー 」東京図書,1992, ISBN 4-489-00336-6).

[9] 三宅美博「「 生命 」における設計 」現代思想 1997.7(301-317).

[10] Y. Oono. Complex systems study as biology. to appear in International Journal of Modern Physics B, Vol 12 (1998). 大野克嗣「 生物学としての「 複雑系研究 」1998.1.
("http://www.affrc.go.jp:8001/dgc/DGCtpc/oono/oono.html")

[11] 柴田勝征「 C 言語による英和翻訳システム・How to construct and tune it up 」ラッセル社、1990.

[12] Tanaka S. and Tsujishita T.. Hypersets and Dynamics of knowledge, Hokkaido Mathematical Journal,26,215–230,1995.

[13] 辻下　徹「 複雑系の動的挙動の記述法 」応用物理 64(2),126–132,1995

[14] 辻下　徹「 複雑系科学における数学的基礎研究 」科研 B (本間研一)「 生物振動の発生とその多元的展開：生体機能の時間的組織化と複雑系 」報告書 (辻下担当部分)
("http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/tjst/959-kb.html")

[15] 辻下　徹「 独立性と従属性について– matroid による相互関係記述 」第 4 回複雑系札幌シンポジウム配布資料, 1996
"http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/tjst/962-cs.ps.gz,962-cs.pdf".

[16] 辻下　徹「 生命と複雑系 」p 75-224,「 複雑系の科学と現代思想- 数学 」(青土社 1998).ISBN 4-7917-9145-2.

[17] 角田秀一郎「 人理学 I,II 」草稿,1994.4.

[18] 角田秀一郎「 2 つの系と自分 」複雑系札幌研究会講演記録,1998.1
("http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/people/tsunoda/tsunoda981.pdf")

[19] 角田秀一郎「 Russel の逆理の懐疑的解決 」, 奈良女子大学人間文化研究科年報第 14 号掲載予定, 1998.7.
("http://fcs.math.sci.hokudai.ac.jp/doc/people/tsunoda/tsunoda987.pdf")

[20] Turing, A. "Computating machinary and intelligence", Mind Vol LIX No. 236 (1950).
(西垣通編著訳「 思想としてのパソコン 」NTT 出版 1997, ISBN 4-87188-497-X に「 コンピュータと知能 」として収録)

[21] ウィトゲンシュタイン (藤本隆志訳)「 哲学探究 」. 大修館書店 1976. ISBN 4-469-11010-8.